Feuille d'exercices n°8

3^{eme} année *Mr: Bouhouch Ameur*

Exercice n°1:

Pour chaque question, une seule réponse est correcte. Laquelle?

1) Soit le nombre complexe j=$\frac{-1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$, alors la forme trigonométrique de j est égale à :

a) cos($\frac{\pi}{3}$)+i sin($\frac{\pi}{3}$) b) cos($\frac{2\pi}{3}$)+i sin($\frac{2\pi}{3}$) c) cos($\frac{\pi}{6}$)+i sin($\frac{\pi}{6}$).

2) L'ensemble des points M d'affixe z tels que:|z-1+2i|=3 est:

a) une droite b) un point c) un cercle

3) Si z= cos($\frac{\pi}{4}$)+i sin($\frac{\pi}{4}$) , alors z^{2008} est égal à :

a) 0 b) 1 c) i

Exercice n°2:

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé, on donne les points A et B d'affixes respectives 1 et i.

Soit M un point du plan d'affixe z et distinct de A et M' le point d'affixe z'=$\frac{iz}{z-1}$.

1) Vérifier que z'-i=$\frac{i}{z-1}$.

2) a) Montrer que BM'$\times$AM=1

b) En déduire l'ensemble des points M' lorsque M décrit le cercle de centre1 et de rayon 4.

3) a) Montrer que arg(z'-i)+arg(z-1)$\equiv\frac{\pi}{2}(2\pi)$;

b) On suppose que $\left(\vec{u},\widehat{\ \overrightarrow{AM}}\right)\equiv\frac{\pi}{6}(2\pi)$. Déduire $\left(\vec{u},\widehat{\ \overrightarrow{BM'}}\right)$.

Exercice n°3:

Soient les nombres complexes Z=$\sqrt{2}$ -i$\sqrt{6}$ et Z'=1+i

1) Donner la forme trigonométrique de Z et Z'.

2) a) Donner la forme trigonométrique de ZZ'.

b) Déduire les valeurs exactes de cos($\frac{\pi}{12}$) et sin($\frac{\pi}{12}$) .

3) a) Donner la forme trigonométrique de $\frac{Z'}{Z}$.

b) Déduire les valeurs exactes de cos($\frac{7\pi}{12}$) et sin($\frac{7\pi}{12}$) .

Exercice n°4:

Soit f la fonction définie sur IR par : f(x)=$\sin^2$x+cosx , et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) a) Montrer que 2π est une période de f .

   b) Montrer que f est paire .interpréter géométriquement ce résultat.

   c) En déduire qu'il suffit d'étudier f sur [0, π].

2) Etudier les variations de f sur [0, π] et dresser son tableau de variation.

3) Montrer que l'équation f(x)=0 admet une solution unique $\alpha \in$[0, π].

4) Tracer la représentation graphique de la restriction de f à l'intervalle [-π , π].

Exercice n°5:

Soit f la fonction définie par f(x)=$\frac{\cos(2x)}{(1+\sin x)^2}$,et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) Déterminer le domaine de définition D de f.

2) Montrer que 2π est une période de f.

3) a) Montrer que la droite (Δ): $x=\frac{\pi}{2}$ est un axe de symétrie de (C).

   b) En déduire qu'il suffit d'étudier f sur $]\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$.

4) a) Montrer que pour tout $x \in$D, on a: f'(x)=$\frac{-2\cos x(1+2\sin x)}{(1+\sin x)^3}$.

   b) Dresser le tableau de variation de f sur $]\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$.

5) Tracer la partie de (C) relative à l'intervalle $]\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$.